高速流场中高频振动面板的能量辐射传递模型研究

王硕,黄进安,代成浩,陈海波

(中国科学技术大学近代力学系中国科学院材料力学行为与设计重点实验室,230027 合肥)

摘 要:为了考察高速流场对面板高频振动的影响,建立了高速流场环境中面板的能量辐射传递模型。针对高速流场环境中的二维面板,引入受高速流场影响的波数和群速度,建立了能量密度控制方程,推导了高速流场环境中面板的能量密度和能量强度的核函数。实源强度由导纳法计算得到的输入功率表示,虚源强度通过边界的能量平衡方程确定,根据惠更斯原理,板的能量响应由实源产生的直接场与虚源产生的反射场线性叠加得到。最后,通过将本研究所提能量辐射传递法(RETM)的计算结果与解析解对比,验证其正确性,同时分析了高速流场对板能量响应的影响。本研究为高速流场环境下飞行器面板的高频振动响应预测提供了一种有效的分析方法。

关键词:能量辐射传递模型;高速流场;高频振动;能量响应

中图分类号:TB532 **文献标志码:**A

A study on the energy radiation transfer model for high frequency vibration panels in high-speed flow field

WANG Shuo,HUANG Jin'an,DAI Chenghao,CHEN Haibo

(CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials,Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China,230027 Hefei,China)

Abstract: In order to investigate the influence of high-speed flow field on high-frequency vibration of panels,a new energy radiation transfer model is established. For the two-dimensional panel in the high-speed flow field environment,the wave number and group velocity affected by the high-speed flow field are introduced,the energy density control equation is established,and the kernel functions of the energy density and energy intensity of the panel in the high-speed flow field environment are deduced. The real source strength is expressed by the input power calculated by the admittance method,and the virtual source strengths are determined by the energy balance equation at the boundary. According to Huygens principle,the energy response of the plate is obtained by the linear superposition of the direct field generated by the real source and the reflected field generated by the virtual sources. Finally,by comparing the results calculated by the proposed energy radiation transfer method (RETM) with the analytical solutions,the correct-

收稿日期:2022-04-22 **修回日期:**2022-05-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11772322);中国科学院战略性先导科技专项(B类)子课题(No. XDB22040502)

通信作者:陈海波,教授,博士生导师。E-mail: hbchen@ ustc. edu. cn

引用格式:王硕,黄进安,代成浩,等. 高速流场中高频振动面板的能量辐射传递模型研究[J]. 应用力学学报,2023,40(1):57-65.

WANG Shuo,HUANG Jinan,DAI Chenhao,et al. A study on the energy radiation transfer model for high frequency vibration panels in high-speed flow field[J]. Chinese journal of applied mechanics,2023,40(1):57-65.

ness of the proposed model is verified, and the influence of high-speed flow field on the energy response of panels is analyzed. This research presents an effective analysis method for the high frequency vibration estimation of the flight vehicle panels in high-speed flow field.

Key words: energy radiative transfer model; high-speed flow field; high frequency vibration; energy response

随着高速飞行器的发展，高速流场环境中面板结构的高频振动特性研究广受关注[1-2]。高速流场环境中的面板结构受到气动力载荷的激励[3-4]，引起气动弹性效应[5-6]，从而影响面板构件的振动特性。因此，对于高速飞行中面板结构的高频振动特性分析，必须要考虑气动压力载荷的影响。

实际上，气动压力和其他动载荷作用下面板的振动响应分析一直以来广受关注。IBRAHIM 等[7]利用有限元法，采用一阶活塞气动理论分析气动压力，研究了功能梯度板在流场环境中的响应。WANG 等[8]采用有限元法和虚功原理，分析了超音速气流对金属板模态相互作用和振动特性的影响，之后 WANG 等[9]又考虑了热载荷的影响。HAN 等[10]考虑板长度方向均匀流体运动，推导了各个方向的波数、附加质量以及等效群速度，建立了均匀流场作用下薄板高频振动响应的能量流模型，计算了平板的能量密度分布，研究了水流对受集中力激励平板的高频振动特性的影响。WANG 等[11]利用大挠度板理论和活塞空气动力学理论，建立了高速流场环境中板的气动弹性运动方程，对黏弹性加热板在气动载荷作用下的非线性颤振进行了分析。王晨等[12]基于统计能量分析方法，分析了不同温度条件下飞行器铝合金壁板的高频声振响应。ZHANG 等[13]考虑了流体载荷引起的附加质量效应和辐射阻尼效应，推导了流体载荷作用下平板的能量控制方程。CHEN 等[14]提出了一种新的能量流模型，用于预测超音速气流中壁板的高频振动响应，得出结果与相应的精确解析解进行比较。

传统的有限元法和边界元法被广泛使用于低频噪声和振动的预测中，若将它们应用于结构高频振动会遇到两个问题：①由于振动波长较小导致计算成本升高；②结构不确定性非常敏感导致计算鲁棒性不强[15]。为了克服传统确定性方法的频率限制，工程中已发展了多种高频分析方法。其中最成熟的分析方法是统计能量分析法(statistical energy analysis, SEA)[16-17]，但 SEA 只能预测各子系统平均能量响应，无法预测子系统内部的能量响应分布[18-21]。而 LE BOT 提出的能量辐射传递法[22-27]，是由热辐射传递比拟而来，属于几何声学范畴，可以得到子系统内部任意位置的能量密度和能量强度。王幸[28]采用能量辐射传递法分析了梁和板的高频振动响应其结果与波传播分析法、模态叠加法及能量有限元法进行对比，显示结果更加准确。钟强[29]将 RETM 进行了扩展，研究了各向异性二维板高频振动特性，并将结果与解析解进行对比。因此，能量辐射传递法是一种高效、准确的高频振动响应分析方法。

鉴于现有的能量辐射传递模型没有考虑气动弹性效应，本研究在 LE BOT[22-27]和钟强[29]的前期工作基础上，将高速流场环境引入面板模型，建立了高速流场环境中面板的能量辐射传递模型，同时分析了高速流场对面板高频振动响应特性的影响。

1 高速流场环境中面板的振动分析模型

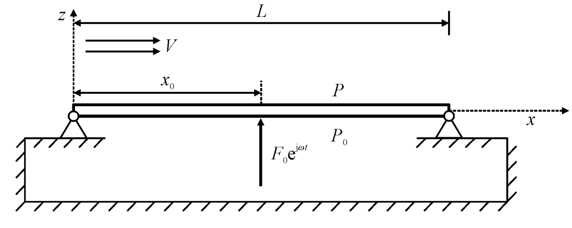


图 1 高速流场环境中受简谐载荷激励的板

Fig. 1 Plate excited by harmonic load in high-speed flow field

图 1 为高速流场环境中受简谐载荷激励的面板，两端简支，x_0 位置受到横向简谐点激励，产生弯曲振动，其运动方程可以表示为[30]

$$D_c \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + P - P_0 = F_0 e^{j\omega t}\delta(x - x_0) \tag{1}$$

式中：w 为板的横向位移；$D_c = D(1 + j\eta)$ 为复弯曲刚度，这里 $D = EI_b$ 为板的弯曲刚度，E 为弹性模量，I_b 为板横截面的惯性矩，η 为阻尼损耗系数($\eta \ll 1$)；ρ_s 为板的面密度；$F_0 e^{j\omega t}\delta(x - x_0)$ 为横向简谐载荷，这里 F_0 为振幅，ω 为圆频率，$\delta(x - x_0)$ 是 Delta 函数。

对于高速流场 $Ma \in (\sqrt{2}, 5)$，面板上下压力差 $P - P_0$ 通过一阶活塞理论表示为[30]

$$P - P_0 = \frac{\rho_a V^2}{\sqrt{Ma^2 - 1}}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{Ma^2 - 2}{Ma^2 - 1} \cdot \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial w}{\partial t}\right) \tag{2}$$

式中：ρ_a 为空气密度；V 为气流速度；Ma 为马赫数，且 $Ma = V/a_0$，a_0 为音速。

将式(2)代入式(1)，可以得到高速流场中板的弯曲振动方程[14]

$$D_c \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + K_a \frac{\partial w}{\partial x} + C_a \frac{\partial w}{\partial t} = F_0 e^{j\omega t}\delta(x - x_0) \tag{3}$$

式中：$K_a = \rho_a V^2/\sqrt{Ma^2 - 1}$ 表示空气动力刚度；$C_a = \rho_a V(Ma^2 - 2)/(Ma^2 - 1)^{3/2}$ 表示空气动力阻尼。

1.1 波的传播

由于受到横向简谐载荷的激励，在稳定状态下，位移 w 以波的形式传播，将 $w = Ae^{j(kx+\omega t)}$ 代入式(3)可得高速流场环境中板横向振动的频散关系[14]，即

$$D_c k^4 - \rho_s \omega^2 + jK_a k + jC_a \omega = 0 \tag{4}$$

求解方程可得 4 个根，对应一对传播波和一对倏逝波，则式(4)的根为[14]

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{\rho_s \omega^2 + jK_a k_1 - jC_a \omega}{D_c}},$$
$$k_2 = \sqrt[4]{\frac{\rho_s \omega^2 + jK_a k_2 - jC_a \omega}{D_c}},$$
$$k_{e1} = \sqrt[4]{\frac{\rho_s \omega^2 + K_a k_{e1} - jC_a \omega}{D_c}},$$
$$k_{e2} = \sqrt[4]{\frac{\rho_s \omega^2 + K_a k_{e2} - jC_a \omega}{D_c}} \tag{5}$$

式中：k_1 表示右行传播波波数；k_2 表示左行传播波波数；k_{e1} 表示右行倏逝波波数；k_{e2} 表示左行倏逝波波数。因此，高速流场环境中板的弯曲振动位移的通解可以表示为

$$w(x,t) = (Ae^{-jk_1 x} + Be^{jk_2 x} + A_e e^{-k_{e1}x} + B_e e^{k_{e2}x})e^{j\omega t} \tag{6}$$

式中 A、B、A_e 和 B_e 为待定系数，代入边界条件可以确定。

对于右行传播波 $k_1 = k_{1r} + jk_{1i}$，代入式(5)，可以表示为[14]

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{\omega^2(\rho_s - K_a k_{1i}/\omega^2)}{D(1 + j\eta)}\left(1 - j\frac{-K_a k_{1r} + C_a \omega}{\rho_s \omega^2 - K_a k_{1r}}\right)} \tag{7}$$

定义 $\rho_1 = \rho_s - K_a k_{1i}/\omega^2$ 为右行传播波的等效密度，定义 $\eta_{1a} = (-K_a k_{1r} + C_a \omega)/\rho_1 \omega^2$ 为气动压力产生的附加阻尼。定义 $\eta_1 = \eta + \eta_{1a}$ 为右行传播波的等效阻尼。考虑到 η_{1a} 和 η 为小阻尼，即远小于 1 的假设，k_1 可以表示为

$$k_1 \approx \sqrt[4]{\frac{\rho_1 \omega^2}{D}}\left(1 - j\frac{\eta_1}{4}\right) \tag{8}$$

根据式(8)，可以得到右行传播波 k_1 的实部 k_{1r} 和虚部 k_{1i} 的表达式[14]，即

$$k_{1r} \approx \sqrt[4]{\frac{\rho_1 \omega^2}{D}}, \quad k_{1i} \approx -\frac{\eta_{1r}}{4}k_{1r} \tag{9}$$

同理，可以得到左行传播波 k_2 的实部 k_{2r} 和虚部 k_{2i} 的表达式[14]，即

$$k_{2r} \approx \sqrt[4]{\frac{\rho_2 \omega^2}{D}}, \quad k_{2i} \approx -\frac{\eta_{2r}}{4}k_{2r} \tag{10}$$

这里，左行传播波等效密度 $\rho_2 = \rho_s + K_a k_{2i}/\omega^2$，气动压力附加阻尼 $\eta_{2a} = (K_a k_{2r} + C_a \omega)/\rho_2 \omega^2$，等效阻尼 $\eta_2 = \eta + \eta_{2a}$。

将 $k = -k_1$ 和 $k = k_2$ 分别代入频散方程式(4)，取方程实部，可以得到

$$Dk_{1r}{}^4 - \rho_1 \omega^2 = 0,$$
$$Dk_{2r}{}^4 - \rho_2 \omega^2 = 0 \tag{11}$$

从频散方程式(6)中可以得到，群速度和相速度表达式为

$$c_{g1} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{1r}} = \frac{2D\omega k_{1r}^3}{\rho_1 \omega^2} = \frac{2\omega}{k_{1r}},$$
$$c_{g2} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{2r}} = \frac{2D\omega k_{2r}^3}{\rho_2 \omega^2} = \frac{2\omega}{k_{2r}} \tag{12}$$

$$c_{p1} = \frac{\omega}{k_{1r}} = \sqrt{\frac{Dk_{1r}^2}{\rho_1}},$$
$$c_{p2} = \frac{\omega}{k_{2r}} = \sqrt{\frac{Dk_{2r}^2}{\rho_2}} \tag{13}$$

可以发现，高速流场作用会影响面板波的传播速度。

1.2 能量密度和能量强度

高速流场作用中面板的能量密度 $W = W_k + W_p$，其中 W_k 表示动能密度，W_p 表示势能密度。则时间平均变量 $\langle W_k \rangle$、$\langle W_p \rangle$ 的表达式为[29]

$$\langle W_k \rangle = \frac{1}{4}\rho_s\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^*,$$
$$\langle W_p \rangle = \frac{1}{4}D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^* \quad (14)$$

式中：〈·〉表示时间平均量；* 表示为复共轭变量。因此，时间平均能量密度可以表示为[14]

$$\langle W_1 \rangle = \langle W_{k1} \rangle + \langle W_{p1} \rangle \approx \frac{1}{2}\rho_1\omega^2\ |A|^2 e^{2k_{1i}x},$$
$$\langle W_2 \rangle = \langle W_{k2} \rangle + \langle W_{p2} \rangle \approx \frac{1}{2}\rho_2\omega^2\ |B|^2 e^{-2k_{2i}x} \quad (15)$$

式中：下标 1 号表示右行传播波；下标 2 号表示左行传播波。

高速流场作用下板的能量强度由剪力产生的能量强度和弯矩产生的能量强度组成。时间平均变量 $\langle I_F \rangle$、$\langle I_M \rangle$ 的表达式为[29]

$$\langle I_F \rangle = \frac{1}{2}Re\left[D_c\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^*\right],$$
$$\langle I_M \rangle = -\frac{1}{2}Re\left[D_c\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}\right)^*\right] \quad (16)$$

这样，右行传播波 $\langle I_1 \rangle$ 和左行传播波 $\langle I_2 \rangle$ 可表示为[14]

$$\langle I_1 \rangle = \langle I_{F1} \rangle + \langle I_{M1} \rangle \approx D\omega k_{1r}^3 |A|^2 e^{2k_{1i}x},$$
$$\langle I_2 \rangle = \langle I_{F2} \rangle + \langle I_{M2} \rangle \approx D\omega k_{2r}^3 |B|^2 e^{-2k_{2i}x} \quad (17)$$

根据式（15）和式（17），可得能量速度表达式，即

$$c_{e1} = \frac{\langle I_1 \rangle}{\langle W_1 \rangle} = \frac{2D\omega k_{1r}^3}{\rho_1\omega^2} = c_{g1} = 2c_{p1},$$
$$c_{e2} = \frac{\langle I_2 \rangle}{\langle W_2 \rangle} = \frac{2D\omega k_{2r}^3}{\rho_2\omega^2} = c_{g2} = 2c_{p2} \quad (18)$$

因此，能量速度和群速度等价，进而可得出能量传递方程，即

$$\langle I_1 \rangle = c_{g1}\langle W_1 \rangle,$$
$$\langle I_2 \rangle = c_{g2}\langle W_2 \rangle \quad (19)$$

1.3 输入功率

时间平均输入功率可以通过导纳法进行确定[14]，即

$$P_{in} = \frac{1}{2}Re(F \cdot v_0^*) = \frac{1}{2}\ |F_0|^2 Re(Y) \quad (20)$$

式中：v_0 表示激励点处的速度；$Y = v_0/F_0$ 表示激励点处的导纳。

对于高频振动分析，可以使用无限结构推导的导纳近似有限结构的导纳。对于轴力作用下无限结构二维面板，激励点处导纳 Y 表示为

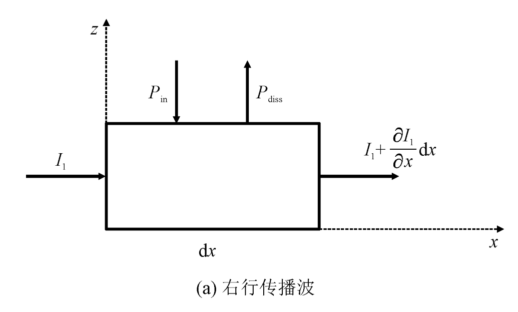
$$Y = \frac{\omega}{D_c}\frac{(k_a - k_b)(k_b - k_c) - (k_c - k_d)(k_d - k_a)}{(k_a - k_b)(k_b - k_c)(k_c - k_d)(k_d - k_a)(k_b - k_d)} \quad (21)$$

式中，$k_a = -k_1$，$k_b = k_2$，$k_c = -jk_{e1}$，$k_d = -jk_{e2}$。

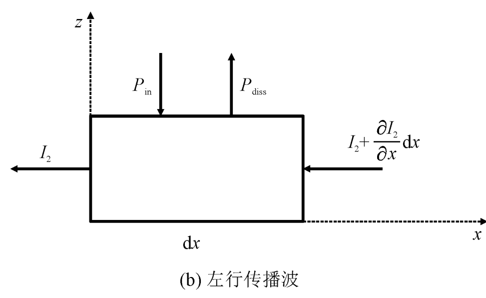
将式(21)代入式(20)得到的 P_{in} 不是有限结构面板的精确输入功率，而能够表征精确输入功率频域内的整体变化趋势。

2 高速流场作用下二维面板的 RETM 模型

本研究能量辐射传递模型研究的主要任务是高速流场环境中二维面板的能量密度控制方程，推导其能量密度和能量强度核函数，然后根据惠更斯原理，用实源产生的直接场与虚源产生的反射场线性叠加表示板的能量响应。



(a) 右行传播波



(b) 左行传播波

图 2　高速流场环境中面板能量平衡示意图

Fig. 2　Energy balance diagram of panel in high-speed flow field

如图 2 所示，针对左、右行传播波微元中的能量守恒，建立能量平衡关系式，即

$$\frac{\partial I_1}{\partial x} + P_{diss1} = P_{in}\delta(x - x_0),$$
$$\frac{\partial I_2}{\partial x} + P_{diss2} = P_{in}\delta(x - x_0) \quad (22)$$

式中：I 是 x 方向能量强度；P_{diss} 是结构自身阻尼产生的耗散功率；P_{in} 是激励点处的输入功率。

对于振动频率为 ω，阻尼损耗系数为 η 的简谐

弹性振动系统,其单位体积的时间平均耗散功率与时间平均能量密度成正比,即

$$\langle P_{\mathrm{diss1}}\rangle=\eta_1\omega\langle W_1\rangle,\quad \langle P_{\mathrm{diss2}}\rangle=\eta_2\omega\langle W_2\rangle \tag{23}$$

将式(23)与式(19)代入式(22),可以得到高速流场环境中二维面板的能量密度控制方程,即

$$c_{\mathrm{g1}}\frac{\partial\langle W_1\rangle}{\partial x}+\eta_1\omega\langle W_1\rangle=P_{\mathrm{in}}\delta(x-x_0),\quad c_{\mathrm{g2}}\frac{\partial\langle W_2\rangle}{\partial x}+\eta_2\omega\langle W_2\rangle=P_{\mathrm{in}}\delta(x-x_0) \tag{24}$$

考虑到高频振动响应分析,ω 较大,高速气流对群速度影响较小,群速度可以近似为

$$c_{\mathrm{g1}}\approx c_{\mathrm{g2}}\approx c_{\mathrm{g}}=2(D\omega^2/\rho_{\mathrm{s}})^{1/4} \tag{25}$$

在非激励点位置可以表示为

$$\frac{\partial\langle W_1\rangle}{\partial x}+m_1\langle W_1\rangle=0,\quad \frac{\partial\langle W_2\rangle}{\partial x}+m_2\langle W_2\rangle=0 \tag{26}$$

式中 $m_1=\eta_1\omega/c_g$,$m_2=\eta_2\omega/c_g$。求解式(26)可以得到能量密度表达式,即

$$\langle W_1\rangle=C_1\mathrm{e}^{-m_1|x-x_0|},\quad \langle W_2\rangle=C_2\mathrm{e}^{-m_2|x-x_0|} \tag{27}$$

相应的能量强度表达式为

$$\langle I_1\rangle=C_1c_g\mathrm{e}^{-m_1|x-x_0|},\quad \langle I_2\rangle=C_2c_g\mathrm{e}^{-m_2|x-x_0|} \tag{28}$$

在激励点 $x=x_0$ 处,能量密度是连续的,能量强度不连续,满足条件

$$\langle W_1\rangle|_{x=x_0^+}=\langle W_2\rangle|_{x=x_0^-},\quad \langle I\rangle|_{x=x_0^+}+\langle I\rangle|_{x=x_0^-}=P_{\mathrm{in}} \tag{29}$$

求得 $C_1=P_{\mathrm{in}}/2c_{\mathrm{g}}$,$C_2=P_{\mathrm{in}}/2c_{\mathrm{g}}$,进而能量密度为

$$\langle W_1\rangle=P_{\mathrm{in}}\frac{\mathrm{e}^{-m_1|x-x_0|}}{2c_{\mathrm{g}}},\quad \langle W_2\rangle=P_{\mathrm{in}}\frac{\mathrm{e}^{-m_2|x-x_0|}}{2c_{\mathrm{g}}} \tag{30}$$

从而可得能量密度和能量强度的核函数为

$$G(x_0,x)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{e}^{-m_1|x-x_0|}}{2c_{\mathrm{g}}}, & x>x_0\\[2mm] \dfrac{\mathrm{e}^{-m_2|x-x_0|}}{2c_{\mathrm{g}}}, & x<x_0\end{cases} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{H}(x_0,x)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{e}^{-m_1|x-x_0|}}{2}\hat{\boldsymbol{e}}_{x_0,x}, & x>x_0\\[2mm] \dfrac{\mathrm{e}^{-m_2|x-x_0|}}{2}\hat{\boldsymbol{e}}_{x_0,x}, & x<x_0\end{cases} \tag{32}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{e}}_{x_0,x}$ 为 x_0 到接收点 x 的单位向量。对于无限结构二维面板,激励点右侧表现为实源以右行传播波传播,左侧表现为左行传播波传播。

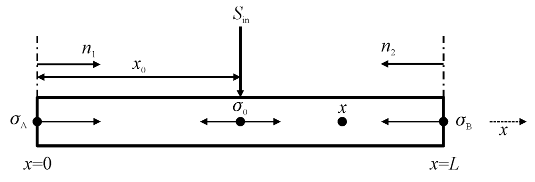


图 3 高速流场环境中面板 RETM 模型示意图

Fig. 3 RETM model of panel in high-speed flow field

对于有限结构二维面板(图3),考虑长度为 L 的板 *RETM* 模型示意图,在 $x=x_0$ 处存在振幅为 σ_0 的实源,在 $x=0$ 和 $x=L$ 分别存在振幅为 σ_{A} 和 σ_{B} 的虚源。

这里输入功率 $P_{\mathrm{in}}=S_{\mathrm{in}}$。两侧虚源强度分别用 σ_{A} 和 σ_{B} 表示。因此,在 x 点的能量密度和能量强度可以通过实源和虚源的能量叠加给出,表示为

$$W(x)=\sigma_0G(x_0,x)+\sigma_{\mathrm{A}}G(A,x)+\sigma_{\mathrm{B}}G(B,x),\quad \boldsymbol{I}(x)=\sigma_0\boldsymbol{H}(x_0,x)+\sigma_{\mathrm{A}}\boldsymbol{H}(A,x)+\sigma_{\mathrm{B}}\boldsymbol{H}(B,x) \tag{33}$$

式中 $\sigma_0=P_{\mathrm{in}}$。能量密度核函数 G 和能量强度核函数 $\boldsymbol{H}$ 按照源与测点的位置进行匹配。因此,虚源 σ_{A} 表现为右行传播波,虚源 σ_{B} 表现为左行传播波,面板上任何一点都有右行传播波和左行传播波。

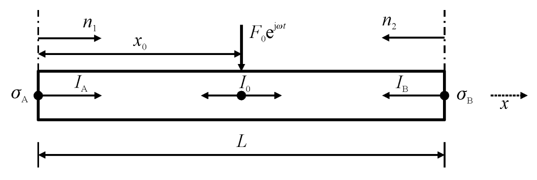


图 4 高速流场环境中面板 RETM 模型中能量的传播

Fig. 4 Energy propagation in RETM model of panel in high-speed flow field

对于能量辐射传递法,要用实源产生的直接场与虚源产生的反射场线性叠加表示振动响应。因此,需要通过边界处能量平衡求解出边界处的虚源强度,即入射能量等于反射能量,如图 4 所示。当只考虑传播波时 RETM 模型中能量的传播,可得

$$\lim_{x\to 0}(\boldsymbol{I}_{\mathrm{A}}\cdot\boldsymbol{n}_1)=[\boldsymbol{I}_0(x=0)+\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}(x=0)]\cdot\boldsymbol{n}_2,\quad \lim_{x\to l}(\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\cdot\boldsymbol{n}_2)=[\boldsymbol{I}_0(x=l)+\boldsymbol{I}_{\mathrm{A}}(x=l)]\cdot\boldsymbol{n}_1 \tag{34}$$

式中:$\boldsymbol{n}_1$ 表示从 A 点到 B 点的单位向量;$\boldsymbol{n}_2$ 表示从 B 点到 A 点的单位向量。

将核函数表达式(32)代入式(34)可得

$$\frac{\sigma_{\mathrm{A}}}{2}=[P_{\mathrm{in}}\boldsymbol{H}(x_0,A)+\sigma_{\mathrm{B}}\boldsymbol{H}(B,A)]\cdot\boldsymbol{n}_2,\quad \frac{\sigma_{\mathrm{B}}}{2}=[P_{\mathrm{in}}\boldsymbol{H}(x_0,B)+\sigma_{\mathrm{A}}\boldsymbol{H}(A,B)]\cdot\boldsymbol{n}_1 \tag{35}$$

联立式(35)可以解得

$$\sigma_A = P_{in}\frac{e^{-m_2x_0} + e^{-m_1(l-x_0)-m_2l}}{1-e^{-m_1l-m_2l}},$$

$$\sigma_B = P_{in}\frac{e^{-m_2x_0-m_1l} + e^{-m_1(l-x_0)}}{1-e^{-m_2l-m_1l}} \tag{36}$$

将两侧虚源强度表达式(36)代入能量密度和能量强度表达式(33),可以求得高速流场中二维面板上任意一点的能量密度和能量强度。

3 数值算例分析

为了验证本研究建立的高速流场中二维面板的能量辐射模型的正确性,分析高速流场对二维面板的高频振动响应的影响。研究对象采用图 1 所示高速流场环境中两端简支的面板,用能量辐射法进行高频振动响应分析,并将得到的能量密度分布与波传播法解析解进行对比。

面板参数如下:$\rho = 2\,700$ kg/m^3,$E = 70$ GPa,$L = 1$ m,$h = 1$ mm,$\upsilon = 0.3$,$\eta = 0.02$,其中 $\rho_a = 0.194\,75$ kg/m^3,$a_0 = 295.07$ m/s。高速流场 $Ma = 3$,横向简谐力以 $F_0 = 1$ N 的振幅施加在板的中点。

3.1 高速流场中二维面板能量密度

根据传统板结构颤振分析[11],计算板的临界马赫数为 3.2,所以本研究中所分析的马赫数需要满足 $Ma < 3.2$。

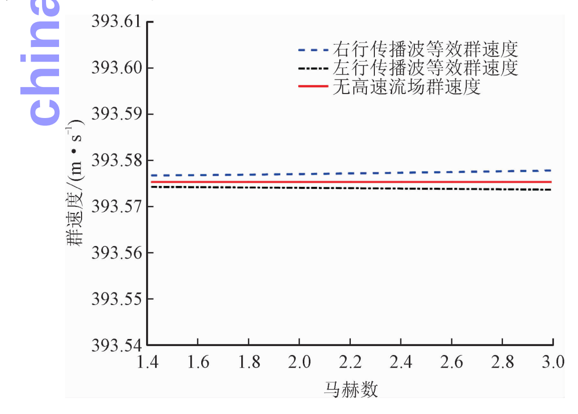


图 5 等效群速度随马赫数变化($f = 4$ kHz)

Fig. 5 Variation of equivalent group velocity with Mach number($f = 4$ kHz)

在本研究中建立高速流场环境中二维面板的能量辐射传递模型时,忽视了高速流场对面板等效群速度的影响。如图 5 所示,激励频率 4 kHz 时不同马赫数下面板的等效群速度,可以看出左右行传播波的群速度受到高速流场影响而不同。右行传播波的群速度大于不受流场影响时面板的群速度,并且随着马赫数的增大而增大;左行传播波的群速度小于不受高速流场影响时面板的群速度,并且随着马赫数的增大而减小。但是,与不受流场影响时比较,高速流场对等效群速度的影响较小,不到 0.01%。图 6 给出 $Ma = 3$ 时面板群速度随频率变化图,可以看出,高速流场对等效群速度在所有频段内都影响较小。这说明可以忽略高速流场对面板等效群速度的影响,近似为 $c_{g1} = c_{g2} = c_g$,因此本研究推导的高速流场环境中面板的能量辐射传递模型是合理的。

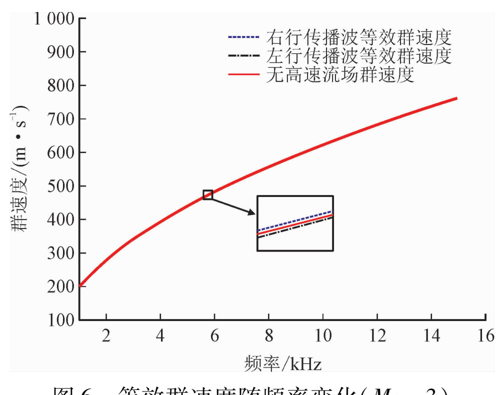


图 6 等效群速度随频率变化($Ma = 3$)

Fig. 6 Equivalence group velocity varies with frequency ($Ma = 3$)

如图 7 所示,高速流场 $Ma = 3$ 时面板的能量密度分布图。此处参照文献[14],所示解析解在 1/3 倍频程内取平均,同时也在一个波长上进行局部空间平均。可以看出,能量辐射传递模型分析所得的能量密度,除了激励点外,其他位置都吻合较好。这是因为能量辐射传递模型在建立时忽视了倏逝波和波与波之间干涉的影响,而倏逝波幅值衰减速度快,在激励点附近一个波长内几乎衰减到 0。同时能量辐射传递法分析所得的能量密度与传播波非干涉的能量密度吻合良好。说明能量辐射传递模型所得的能量密度的物理本质就是传播波非干涉项的时间平均能量密度。

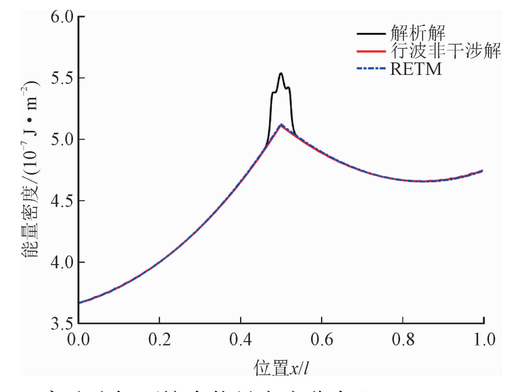


图 7 高速流场环境中能量密度分布($Ma = 3$,$f = 4$ kHz)

Fig. 7 Energy density distribution in high-speed flow field environment ($Ma = 3$,$f = 4$ kHz)

3.2 高速流场对面板高频振动的影响

图 8 给出激励频率 $f=3.0$ kHz 时无限结构面板在马赫数等于 3 的高速流场环境中与无流场环境中的能量密度分布图。对比发现，无流场环境中无限结构面板能量密度分布关于激励点位置对称，而在高速流场环境中，面板的能量密度关于激励点位置不对称，并且激励点左侧能量密度衰减幅度大于右侧衰减幅度。图 9 显示高速流场环境中左右行传播波的等效阻尼随马赫数的变化图，可以看出右行传播波等效阻尼小于左行传播波等效阻尼，再考虑到无限结构面板只有实源产生的直接场，激励点右侧只有右行传播波，左侧只有左行传播波。因此，高速流场环境中无限结构面板的能量密度右行波衰减得更慢。

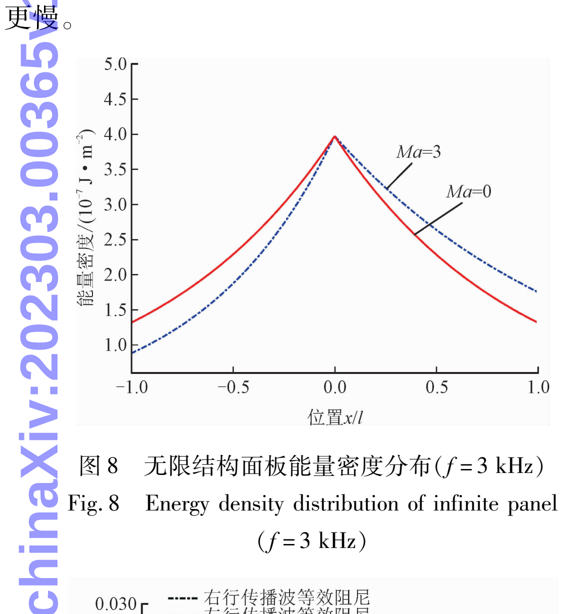


图 8　无限结构面板能量密度分布($f=3$ kHz)

Fig. 8　Energy density distribution of infinite panel ($f=3$ kHz)

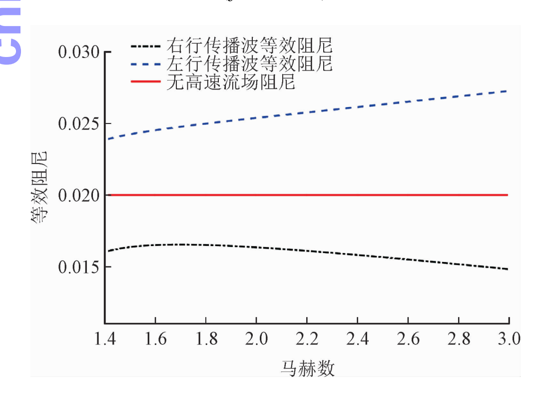


图 9　高速流场环境中等效阻尼随马赫数变化($f=3$ kHz, $Ma=3$)

Fig. 9　Variation of equivalent damping with Mach number in high-speed flow field environment ($f=3$ kHz, $Ma=3$)

如图 10 所示，激励频率 $f=3$ kHz 时高速流场环境中面板和无流场环境中面板的能量密度分布图。对比发现，高速流场环境中有限结构面板的能量密度关于激励点位置不对称，并且相较于图 7，有限结构面板受高速流场影响激励点位置能量密度不同于无流场环境时。根据式(36)可以看出高速流场对虚源强度产生的影响，并且左右行传播波等效阻尼不同，因此高速流场环境中激励点处实源场与虚源场叠加后的能量密度与无流场环境中不同。

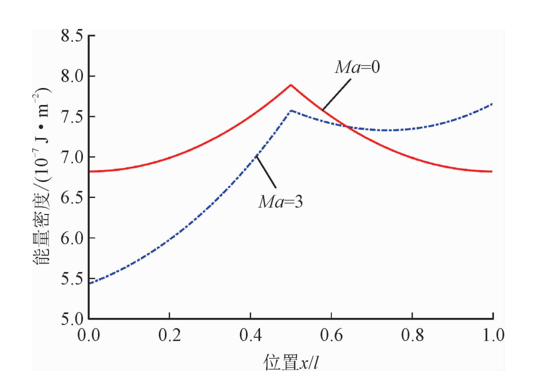


图 10　有限结构面板能量密度分布($f=3$ kHz)

Fig. 10　Energy density distribution of finite panel ($f=3$ kHz)

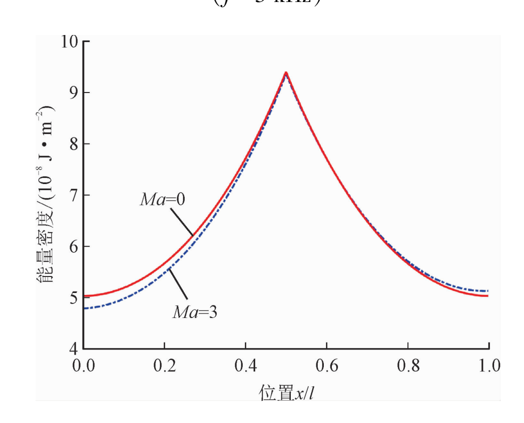


图 11　有限结构面板能量密度分布($f=15$ kHz)

Fig. 11　Energy density distribution of finite panel ($f=15$ kHz)

图 11 为激励频率 $f=15$ kHz 时有限结构面板在马赫数等于 3 的高速流场环境中和无流场环境中的能量密度分布图。可以看出，高速流场环境中面板能量密度分布会随着频率升高而恢复对称性。图 12 显示马赫数等于 3 的高速流场环境中左右行传播波的等效阻尼随频率的变化图，可以看出，高速流场环境中的等效阻尼随频率升高而更加接近无流场时的结构阻尼。因此，高速流场会对面板的能量密度分布产生影响，而这种影响会随着频率的升高而减弱。

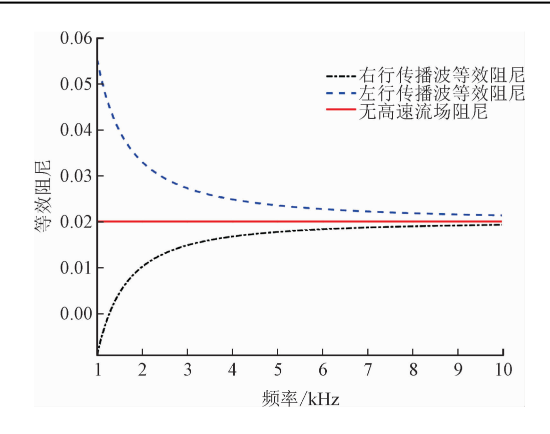


图 12　高速流场环境中等效阻尼随频率变化($Ma=3$)

Fig. 12　Variation of equivalent damping with frequency in high-speed flow field environment ($Ma=3$)

4 结　论

建立了高速流场环境中板高频振动的能量辐射传递模型。能量密度控制方程由能量平衡方程导出。特别是推导了与流场相关的能量密度和能量强度核函数。推导了高速流场环境中板的近似导纳,计算输入功率,用于表示实源强度,然后通过边界能量平衡确定虚源强度,最后采用能量传递法用实源产生的直接场与虚源产生的反射场线性叠加表示高速流场环境中板的振动响应。所得结论如下。

1)通过与精确解的比较,发现使用无限结构导纳计算的输入功率的 RETM 结果与解析解和行波非干涉解吻合较好,证明本研究提出的高速流场环境中能量辐射传递模型的有效性。

2)高速流场环境中会对左右行传播波的等效阻尼产生影响,进而影响左右行传播波的能量密度分布。右行传播波的等效阻尼小于左行传播波的等效阻尼,从而导致左行传播波的能量密度衰减更快。

3)当流场马赫数不变时,等效阻尼随着激励频率增大接近无流场阻尼,即高速流场对面板振动响应的影响会随着激励频率增大而减小。

参考文献:

[1] DESHMUKH R, CULLER A J, MILLER B A, et al. Response of skin panels to combined self and boundary layer induced fluctuating pressure [J]. Journal of fluids and structures, 2015, 58: 216-235.

[2] 李青,邢立坤,柏江,等. 航天器噪声试验中结构振动响应预示方法研究[J]. 力学学报,2019,51(2):569-576.
LI Qing, XING Likun, BAI Jiang, et al. Research on prediction method of structural vibration response in spacecraft noise test[J]. Chinese journal of mechanics, 2019, 51 (2): 569-576 (in Chinese).

[3] 邹学锋,潘凯,燕群,等. 多场耦合环境下高超声速飞行器结构动强度问题综述[J]. 航空科学技术,2020(12):3-15.
ZOU Xuefeng, PAN Kai, YAN Qun, et al. A review of the structural dynamic strength of hypersonic vehicles in a multi-field coupling environment[J]. Aviation science and technology, 2020(12):3-15 (in Chinese).

[4] 乔扬,陈海波,许泽银,等. 基于统计能量理论的飞行器壁板高频声振疲劳寿命预报及参数设计[J]. 工程力学,2019,36(9):230-236.
QIAO Yang, CHEN Haibo, XU Zeyin, et al. Prediction and parameter design of high-frequency acoustic-vibration fatigue life of aircraft panels based on statistical energy theory[J]. Engineering mechanics, 2019, 36(9):230-236(in Chinese).

[5] DESHMUKH R, CULLER A J, MILLER B A, et al. Response of skin panels to combined self and boundary layer-induced fluctuating pressure [J]. Journal of fluids and structures, 2015, 58: 216-235.

[6] 叶正寅,孟宪宗,刘成,等. 高超声速飞行器气动弹性的近期进展与发展展望[J]. 空气动力学学报,2018,36(6):984-994.
YE Zhengyin, MENG Xianzong, LIU Chen, et al. Progress and prospects on aeroelasticity of hypersonic vehicles[J]. Journal of aerodynamics, 2018, 36(6):984-994(in Chinese).

[7] IBRAHIM H H, YOO H H, LEE K S. Supersonic flutter of functionally graded panels subject to acoustic and thermal loads[J]. Aircraft, 2009, 46:593-600.

[8] WANG X, YANG Z, GU Y, et al. Aeroelastic effect on modal interaction and dynamic behavior of acoustically excited metallic panels [J]. Nonlinear dynamics. 2017, 90:1501-1517.

[9] WANG X, YANG Z, ZHOU J, et al. Aeroelastic effect on aerothermoacoustic response of metallic panels in supersonic airflow[J]. Chinese journal of aeronautics, 2016, 29:1635-1648.

[10] HAN J B, HONG S Y, SONG J H. Energy flow model for thin plate considering fluid loading with mean flow[J]. Journal of sound and vibration, 2012, 331:5326-5346.

[11] WANG X, YANG Z, WANG W, et al. Nonlinear viscoelastic heated panel flutter with aerodynamic loading exerted on both surfaces [J]. Journal of sound and vibration, 2017, 409:306-317.

[12] 王晨,陈海波,王用岩,等. 温度效应对铝合金壁板高频声振疲劳寿命的影响研究[J]. 应用力学学报,2018,35(4):701-708.
WANG Chen, CHEN Haibo, WANG Yongyan, et al. Thermal effect on the fatigue life of aluminum panel under high-frequency acoustic excitation[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2018, 35(4): 701-708(in Chinese).

[13] ZHANG W, WANG A, VLAHOPOULOS N, et al. High-frequency vibration analysis of thin elastic plates under heavy fluid loading by an energy finite element formulation[J]. Journal of sound and vibration, 2003, 263:21-46.

[14] CHEN Z, YANG Z, GU Y, et al. An energy flow model for high-frequency vibration analysis of two-dimensional panels in supersonic

airflow[J]. Applied mathematical modelling,2019,76:495-512.
[15] 胡婉璐,陈海波,钟强. 轴力对梁结构耦合损耗因子的影响研究[J]. 振动与冲击,2020,39(17):24-30.
HU Wanlu,CHEN Haibo,ZHONG Qiang. Effect of axial force on coupling loss factor of beam structures[J]. Journal of vibration and shock,2020,39(17):24-30(in Chinese).
[16] 张波,李凌芳,董晶瑾,等. 基于统计能量法的油船舱室噪声预报与控制[J]. 应用力学学报,2019,36(5):1152-1159.
ZHANG Bo,LI Lingfang,DONG Jingjin,et al. Cabins noise forecast and control of a type of oil tanker based on SEA[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(5):1152-1159(in Chinese).
[17] 张波,向阳,郭宁. 基于统计能量法的铝板隔声量分析[J]. 应用力学学报,2017,34(4):721-727.
ZHANG Bo,XIANG Yang,GUO Ning. Sound insulation performance analysis of various aluminum plate based on SEA[J]. Chinese journal of applied mechanics,2017,34(4):721-727(in Chinese).
[18] 李翱. 耦合结构的能量传递特性研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2021.
[19] 李翱,陈海波,钟强,等. 正交各向异性层合板壳耦合结构的能量传递特性[J]. 振动与冲击,2022,41(5):9-19.
LI Ao,CHEN Haibo,ZHONG Qiang,et al. Energy transfer characteristics of orthotropic laminate-shell coupled structures[J]. Vibration and shock,2022,41(5):9-19(in Chinese).
[20] 李孔娟. 基于 Hybrid FE-SEA 结构中频声振疲劳分析方法研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2017.
[21] 袁金龙,陈海波,王昆,等. 一种基于谱元法的层合板 SEA 参数计算方法[J]. 振动与冲击,2019,38 (23):157-164.
YUAN Jinlong,CHEN Haibo,WANG Kun,et al. A method for calculating SEA parameters of laminates based on spectral element method[J]. Vibration and shock,2019,38 (23):157-164(in Chinese).
[22] LE BOT A. Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics[M]. New York:OUP Oxford,2015.
[23] LE BOT A. A vibroacoustic model for high frequency analysis[J]. Journal of sound and vibration,1998,211(4):537-554.
[24] LE BOT A. Energy transfer for high frequencies in built-up structures[J]. Journal of sound and vibration,2002,250(2):247-275.
[25] SADOULET-REBOUL E,LE BOT A,PERRET-LIAUDET J,et al. A hybrid method for vibroacoustics based on the radiative energy transfer method[J]. Journal of sound and vibration,2007,303(3/4/5):675-690.
[26] LE BOT A,SADOULET-REBOUL E. High frequency vibroacoustics:A radiative transfer equation and radiosity based approach[J]. Wave motion,2014,51(4):598-605.
[27] LE BOT A. Comparison of vibrational conductivity and radiative energy transfer methods[J]. Journal of sound and vibration,2010,283(1/2):135-151.
[28] 王幸. 基于能量辐射传递法的结构高频振动响应分析[D]. 合肥:中国科学技术大学,2021.
[29] 钟强. 结构高频声振统计特性及能量辐射传递模型研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2021.
[30] DOWELL E H. Nonlinear oscillations of a fluttering plate[J]. AIAA journal,1996,4(7):1267-1275.

(编辑　黄崇亚　张璐)

